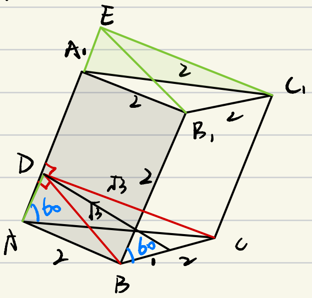
割补法
斜棱柱

16. 若三棱柱的一个侧面是边长为 2 的正方形，另外两个侧面都是有一个内角为 60^0 的菱形，则该棱柱的体积等于（ B ）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

法一：割补法



作 $BD \perp AA_1$ 于 D

连接 CD 则 $CD \perp AA_1$

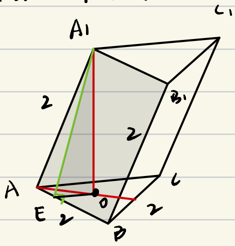
$AA_1 \perp$ 面 BCD，直截面

$AD = A_1E$

$V_{D-ABC} = V_{E-A_1B_1C_1}$

$\boxed{V_{斜} = S_{直截面} \cdot 侧棱长}$

法二：做高



高一定落在中线上

$A_1E \perp AB$，$AO \perp AB$，$\Rightarrow AB \perp$ 面 A_1OE

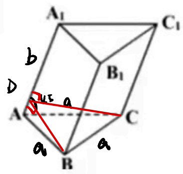
$AB \perp OE$

$OE = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$A_1E = \sqrt{3}$

$h = \sqrt{A_1E^2 - OE^2}$

17. 斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 a 的正三角形，侧棱长为 b，一条侧棱 AA_1 与底面相邻两边 AB, AC 都成 $45°$ 角，则这个三棱柱的体积

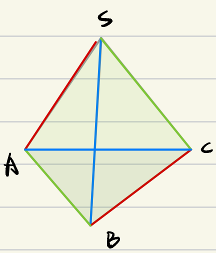


$S = S_{\triangle BCD} \cdot b$

$= \frac{a^2 b}{4}$

$BD = \frac{\sqrt{2}}{2}$

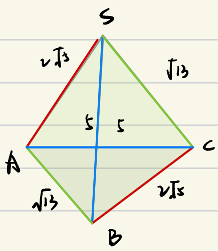
$h = \frac{a}{2}$



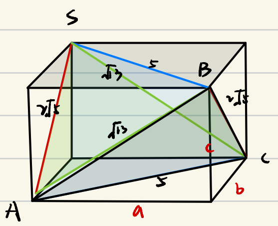
对棱.

所有对棱都相等的三棱锥，一般补成长方体

18. 四面体 $S-ABC$ 的三组对棱分别相等，且长度依次为 $2\sqrt{5}, \sqrt{13}, 5$，求该四面体的体积.



补长方体



去掉 $V = 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot c = 8$

$a^2 + b^2 = 25$

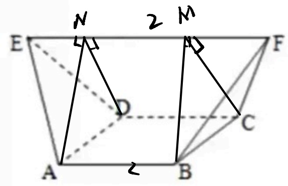
$a^2 + c^2 = 13$

$b^2 + c^2 = 20$

$a^2 + b^2 + c^2 = 29$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases}$

19. 如图，在多面体 ABCDEF 中，已知ABCD是边长为1的正方形，且ΔADE，ΔBCF均为正三角形，EF//AB,EF=2，则该多面体的体积为____



$V = V_{ADN-BCM} + V_{E-ADN} + V_{F-BCM}$

线与线的位置关系

$a // b$

$a \cap b = A$

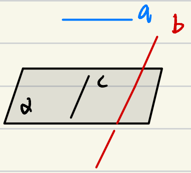
a, b 异面

异面直线所成角 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}]$

三个不共线的点确定一个平面

四个 ………………………… 球面

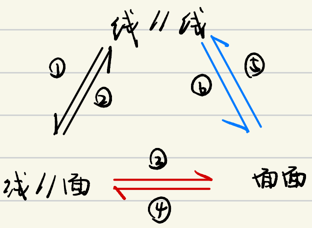
线面关系

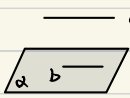


$\left.\begin{array}{l} a // \alpha \\ b \cap \alpha = A \end{array}\right\}$ 在面外

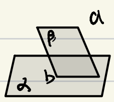
$c \subset \alpha$：在面内

面面关系

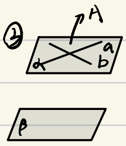


① 

$a // b,\ a \not\subset \alpha,\ b \subset \alpha \Rightarrow a // \alpha$

② 

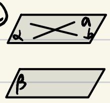
$a // \alpha,\ \alpha \cap \beta = b,\ a \subset \beta \Rightarrow a // b.$

③ 

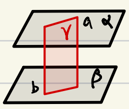
$a // \beta,\ b // \beta,\ a \cap b = A,\ a, b \subset \alpha \Rightarrow \alpha // \beta$

两条相交直线分别平行于一个平面

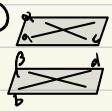
$\boxed{\text{相交}}$

④ 

$\alpha // \beta,\ a \subset \alpha \Rightarrow a // \beta$

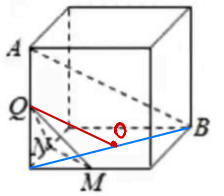
⑤ 

$\alpha // \beta,\ \alpha \cap \gamma = a,\ \beta \cap \gamma = b \Rightarrow a // b$

⑥ 

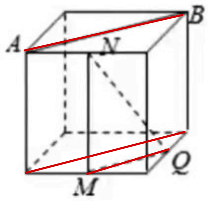
$a // b,\ c // d,\ a \cap c = A,\ b \cap d = B,\ a, c \subset \alpha,\ b, d \subset \beta \Rightarrow \alpha // \beta$

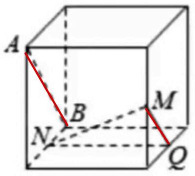
1. （2017 全国 1 文）如图，在下列四个正方体中，A,B 为正方体的两个顶点，M,N,Q 为所在棱的中点，则在这四个正方体中，直线 AB 与平面 MNQ 不平行的是（ A ）

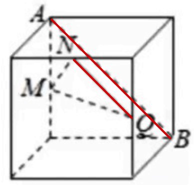
A．


OQ // AB

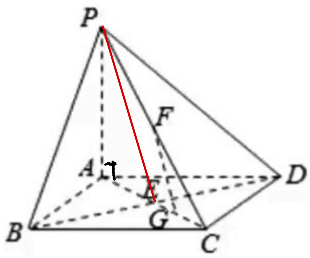
技巧：用尺子比.

B．


C．


D．


2. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，BD 交 AC 于点 E,F 是线段 PC 中点，G 为线段 EC 中点．求证：$FG\parallel$ 平面 PBD



证明：连接 PE

∵ G、F 分别为 EC、PC 的中点

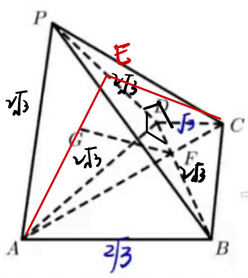
∴ GF // PE

$\boxed{\because FG \not\subset \text{面}PBD,\ PG \subset \text{面}PBD.}$

∴ FG // 平面 PBD

必写这句话.
值1'.

3. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为梯形，$AB\parallel CD, AB=2DC=2\sqrt{3}, AC\cap BD=F$，且 ΔPAD 与 ΔABD 均为正三角形，G 为 ΔPAD 的重心，求证：$GF\parallel$ 平面 PDC；



证明．连 AG 并延长交 PD 于 E．连 EC.

E 为 PD 中点 $\frac{AG}{GE}=\frac{2}{1}$

∵ AB // CD 且 AB = 2CD

∴ △ABF ∽ △CDF

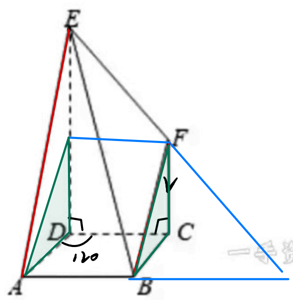
$\frac{AF}{CF}=\frac{AB}{DC}=\frac{2}{1}$

GF // EC

∵ GF ⊄ 面 PDC，EC ⊂ 面 PDC

∴ ~.

4. 如图，平面 $CDEF\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $CDEF$ 为直角梯形，$\angle ADC=120°, CF\perp CD$，且 $CF\parallel DE, AD=2DC=DE=2CF$．求证：$BF\parallel$ 平面 ADE ；



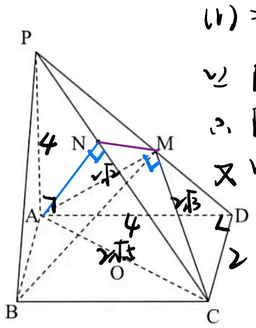
面 ADM // 面 BCF

先证 $CD\perp PAD$面

3. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AD=4$，$AB=2$. 以 AC 的中点 O 为球心、AC 为直径的球面交 PD 于点 M，交 PC 于点 N.

(1) 求证：平面 $ABM\perp$ 平面 PCD；

(2) 求点 N 到平面 ACM 的距离.



(1) 证明

∵ $PA\perp$面$ABCD$，$CD\subset$面$ABCD$

∴ $PA\perp CD$

又∵ $AD\perp CD$，$AD\cap PA=A$

∴ $CD\perp$面PAD

∵ $AM\subset$面PAD

∴ $CD\perp AM$

∵ 以AC为直径的球交PD于M

∴ $AM\perp MC$

∵ $MC\cap CD=C$

∴ $AM\perp$面PCD

∵ $AM\subset$面ABM

∴ 面$ABM\perp$面PCD

等体积法

换顶点

(2)
$$\boxed{\begin{gathered}V_{N-ACM}=V_{A-MNC}\\ \frac{1}{3}S_{\triangle ACM}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\triangle MNC}\cdot AM\end{gathered}}$$

$\triangle PAC$中

$4\cdot 2\sqrt{5}=6\cdot AN$

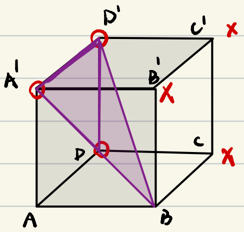
$AN=\frac{4}{3}\sqrt{5}$

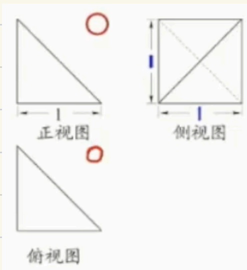
$PN=\frac{8}{3}$

$\frac{PN}{NC}=8:10$

三视图

扣点法





$B-A_1D_1D$